Série N°:1

EXERCICE N°1 :

Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

$f_1(x) = 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 8x + 6$ $\qquad f_2(x) = \dfrac{-x^3 + 11}{|x-2| - 3}$ $\qquad f_3(x) = \dfrac{\sqrt{3}x + 1}{x^4 - 16}$

$f(x) = \dfrac{-2\sqrt{x}}{4x^2 + x - 3}$ $\qquad g(x) = \dfrac{x^2 + |x|}{2x^2 + x + 3}$ $\qquad h(x) = \dfrac{\sqrt{3}x + 1}{|3-x| + 10}$

$k(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4}$ $\qquad i(x) = \dfrac{3\sqrt{x-2}}{x^2 - 4}$ $\qquad j(x) = \dfrac{3x^2 - 1}{x + 1 - \sqrt{2x+5}}$

EXERCICE N°2 :

Calculer les limites suivantes :

❶ $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2 - 9}{2x^2 + 6x}$ $\qquad \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{3x^2 + 4x + 1}{-2x^2 + 3x + 5}$

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 6x + 8}{x^3 - 8}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^3 - 4x^2 - 6x + 24}{x - 4}$

❷ $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x - 2}{\sqrt{x+7} - 3}$ $\qquad \lim\limits_{x\to -5} \dfrac{\sqrt{-x} - \sqrt{5}}{x + 5}$

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x+7} - 3}$ $\qquad \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 5} - 1}$

❸ $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x - 2}{x^2 + 4x - 5}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{-x - 5}{x^2 + 3x - 10}$

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x + 1}{-x^2 + 3x - 2}$ $\qquad \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x^7 - x^5 - 1}{x^4 - 2x + 3}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^3 + x - 2}{4x^7 - x^3 + \sqrt{5}}$

❹ $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2 + 3} - x$ $\qquad \lim\limits_{x\to \pm\infty} \sqrt{x^2 - 2x} - 2x$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x+1}} - \dfrac{x}{\sqrt{x+2}}$ $\qquad \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} - \sqrt{x}$

EXERCICE N°3 :

I/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5 & \text{si} \quad x \le 3 \\ \dfrac{\sqrt{x} - 3}{x - 3} & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$

1/ f est-elle continue à gauche en 3 ?

2/ f est-elle continue à droite en 3 ? conclure.

II/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 - 3x - 6}{x - 2} & \text{si} \quad x \ne 2 \\ f(2) = m & \end{cases}$

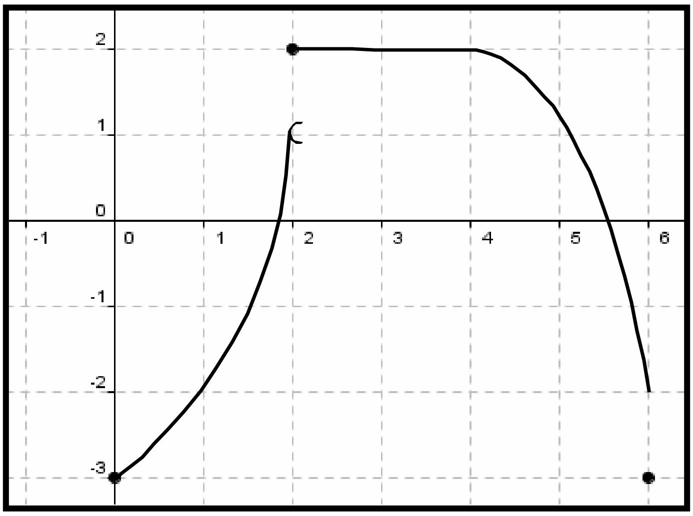
Déterminer la valeur de m pour que f soit continue en 2.

Série N°:2

EXERCICE N°1 :

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, ζ_f la courbe représentative de f définie sur [0,6].

Répondre par vrai ou faux en utilisant la représentation graphique ci-dessous



❶ $f(2) = 1$

❷ $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 1$

❸ Pour $x \in [0,2[$, on a : $-3 \leq f(x) \leq 1$

❹ $f([0,6]) = [-3,2]$

❺ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \in [0,2[\\ 2 & \text{si } x \in [2,4] \\ -(x-4)^2 + 2 & \text{si } x \in [4,6] \end{cases}$

EXERCICE N°2 :

I/ Soit la fonction d définie par : $f(x) = \sqrt{x-1} - x$.

1/ Déterminer les limites de faux bornes de son domaine de définition.

2/ Etudier la dérivabilité de f en 1. Interpréter graphiquement ce résultat.

3/ Calculer le nombre dérivé de f en $x_0 = 2$.

4/ Ecrire l'équation de la tangente T à ζ_f au point $x_0 = 2$.

II/ On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{-x^2 + x + 2}{x+1} & \text{si } x < -1 \\ f(x) = \sqrt{x^2 + 3} & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

1/ Déterminer le domaine de définition de f.

2/ a- Montrer que f est continue en –1.

b- Justifier la continuité de f sur son domaine de définition.

3/ a- Etudier la dérivabilité de f en-1. Interpréter graphiquement ce résultat.

b- Déterminer f'(x).

4/ Donner une l'équation de la tangente T à ζ_f au point d'abscisse 0.

Série N°:3

EXERCICE N°1 :

I/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^2+3x+4}{x+2}$

1/ Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \neq -2$, $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{x+2}$

2/ a- En déduire l'existence d'une asymptote oblique à ζ_f au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.

b- Préciser la position de ζ_f par rapport à cette asymptote.

c- La courbe ζ_f admet-elle une autre asymptote ? si oui la préciser.

II/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = x\sqrt{\dfrac{1}{4x^2+1}}$

1/ Montrer que pour tout réel strictement positif, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}}$

2/ Déterminer alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, interpréter ce résultat.

3/ Montrer que f est impaire, en déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

EXERCICE N°2 :

I/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-3x+2}{x(x-1)} & \text{si} \quad x\in\left]-\infty,1\right[\\ \sqrt{x^2+3}+ax & \text{si} \quad x\in\left[1,+\infty\right[\end{cases}$,avec $a \in IR$

1/ Déterminer l'ensemble de définition de f.

2/ a- Calculer : $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$.

b- Montrer que la droite $\Delta : y = 1$ est une asymptote à ζ_f au voisinage de $-\infty$.

3/ Déterminer a pour que f soit continue en 1.

4/ On prend a = -3 :

a- Montrer que pour tout $x \geq 1$, $f(x) = x\left(\sqrt{\dfrac{x^2+3}{x^2}}-3\right)$

b- Déduire la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$.

c- Montrer que pour tout $x \geq 1$, $f(x)+2x = \dfrac{3}{x+\sqrt{x^2+3}}$, en déduire que la droite D : y = -2x est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$.

EXERCICE N°3 :

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \sqrt{9x^2+6x+5}$

1/ a- Donner le domaine de définition de f.

b- Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2/ Déterminer alors : $\lim\limits_{x\to-\infty} \left[f(x)+(3x+1)\right]$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \left[f(x)-(3x+1)\right]$

3/ En déduire que ζ_f admet deux asymptotes obliques au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$.

4/ a- Montrer que pour tout réel x : $9x^2+6x+5 > (3x+1)^2$

b- En déduire les positions de ζ_f par rapport a ses asymptotes.

Série N°:4

EXERCICE N°1 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$

On désigne par (ζ_f) la courbe représentative de h dans un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$

1/ Dresser le tableau de variation de f.

2/ a- Pour tout $x \neq 1$, déterminer les réels a, b et c tels que : $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{x-1}$

b- Montrer que la droite D : y = x – 2 est une asymptote oblique à (ζ_f).

c- Etudier les positions relatives de (ζ_f) par rapport à D puis tracer la courbe (ζ_f).

EXERCICE N°2 :

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$.

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) a- Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b- Montrer que la droite D : y = 2x est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$.

2) a- Déterminer f'(x) et montrer que pour tout réel x, f'(x) > 0.

b- Dresser le tableau de variation de f.

c Tracer D et ζ_f .

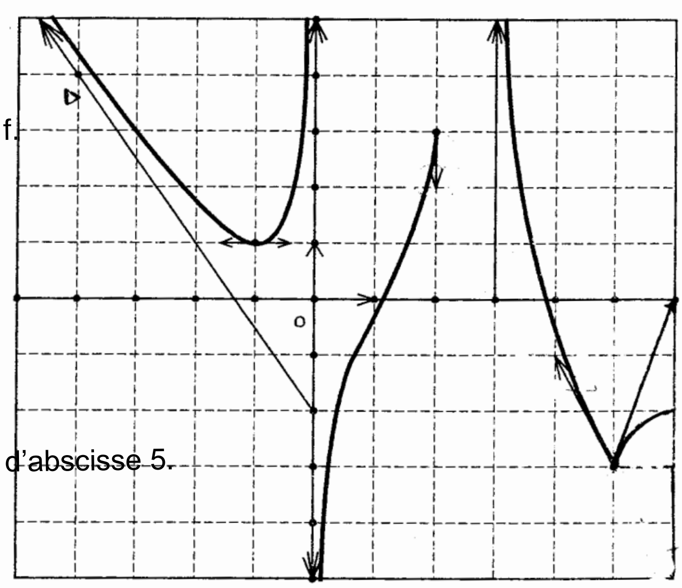
3) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = |x| + \sqrt{x^2+1}$.

a- Montrer que g est paire.

b- En déduire la construction de ζ_g à partir de ζ_f .

EXERCICE N°3 :

Soit la courbe répresentative dans un repère orthonormé$(O,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f.



1/ Déterminer le domaine de définition de al fonction f.

2/ Détermine $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to3^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$.

3/ Calculer f'(-1) ; $f'_g(5)$ et $f'_d(5)$.

4/ a- f est-elle dérivable à gauche en 2? Justifier.

b- En déduire alors : $\lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{f(x)-3}{x-2}$

5/ Ecrire les équations de la tangente à (ζ_F) au point d'abscisse 5.

6/ a- Déterminer l'équation de l'asymptote Δ à (ζ_F) .

b- En déduire : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) + \dfrac{3}{2}x$

Série N°:4

EXERCICE N°1 :

I/ Ecrire les nombres complexes suivants sous forme algébrique :

$$\left(\sqrt{3}-i\right)\left(1-i\right)^4 \quad ; \quad \frac{1+i}{\sqrt{3}-i} - \frac{\sqrt{3}-i}{1+i} \quad ; \quad \frac{2}{i}(3i-1)+(1+i)^3 \quad ; \quad \frac{2-4i}{2i+1}$$

II/ Ecrire les nombres complexes suivants sous forme trigonométrique :

$$\frac{\left(\sqrt{3}-i\right)^4(1+i)^2}{-2i\left(1-i\sqrt{3}\right)^2} \quad ; \quad 3\left(1+i\sqrt{3}\right)^2(-2-2i)^5$$

III/ Soient les nombres complexes $z_1 = -1 + i$ et $z_2 = 1+i\sqrt{3}$. On pose : $Z = \frac{z_1}{z_2}$

a- Ecrire Z sous forme algébrique.
b- Ecrire Z sous forme trigonométrique.
c- En déduire les valeurs exacte de : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ puis calculer Z^{12} .

IV/ Résoudre dans C les équations suivantes :

- $(1-i)\,\overline{z} = 2+3i$
- $2iz + (1-2i)\,\overline{z} = 1-4i$
- $z^2 - 4z + 8 = 0$

EXERCICE N°2 :

Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A(-2i) ; B(4-2i) ; C(4+2i) et D(1).

❶ a- Ecrire $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ sous forme algébrique.

b- En déduire la nature du triangle ABC.

❷ A tout point M ≠ A d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{z-4-2i}{z+2i}$

a- Déterminer l'ensemble des points M tel que $|z'| = 1$.

b- Déterminer l'ensemble des points M tel que z' soit réel.

c- Montrer que pour tout $z \neq -2i$, $z' - 1 = \frac{-4-4i}{z+2i}$

d- Montrer que : DM'.AM = $4\sqrt{2}$.

e- En déduire que si M appartient à un cercle ζ(A,2) alors M' appartient à un cercle ζ ' que l'on précisera.

❸ Déterminer les ensembles suivants :

$E = \{ M(z) \in P \ / \ |z - 4 + 2i| = 3 \}$

$F = \{ M(z) \in P \ / \ |\overline{z} + 2i| = |z - 4 + 2i| \}$

$G = \{ M(z) \in P \ / \ |z'| = 1\}$